第 11 講・有理数・無理数

例題 1 有理数・無理数の区別

ポイント

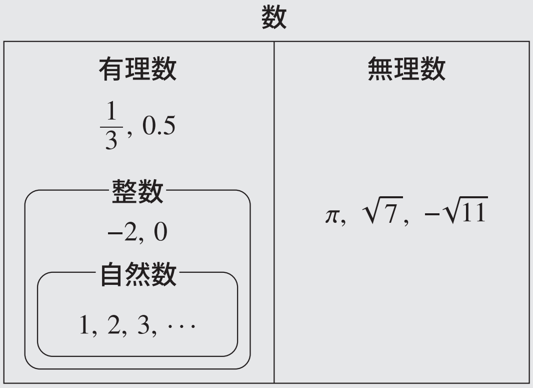
● **有理数** ： 分母と分子が整数の分数で表すことができる数

（例） $2,\ \frac{1}{3},\ \sqrt{16},\ 0.5,\ 0$

$2 = \frac{2}{1}$, $\sqrt{16} = 4 = \frac{4}{1}$, $0.5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, $0 = \frac{0}{1},\ \frac{0}{2},\ \cdots$

● **無理数** ： 有理数以外の数。つまり，分母と分子が整数の分数で表せない数。

（例） $\pi,\ \sqrt{7},\ -\sqrt{11}$



問題

次の数を，有理数と無理数に分けなさい。

$-\sqrt{13},\ \sqrt{49},\ 1.8,\ \frac{4}{7},\ \sqrt{\frac{25}{36}},\ \sqrt{3},\ \pi,\ \sqrt{19}$

解答

次の数は有理数。

$$\sqrt{49}=7=\frac{7}{1},\ 1.8=\frac{18}{10}=\frac{9}{5},\ \frac{4}{7},\ \sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{5}{6}$$

有理数：$\sqrt{49},\ 1.8,\ \frac{4}{7},\ \sqrt{\frac{25}{36}}$　…(答)

無理数：$-\sqrt{13},\ \sqrt{3},\ \pi,\ \sqrt{19}$　…(答)

MEMO

確認テスト 1

次の数の中から，無理数を**すべて**答えなさい。

$$\sqrt{17},\ -\sqrt{25},\ -\frac{5}{8},\ \sqrt{\frac{9}{49}},\ -\sqrt{5},\ \pi$$

例題 2　循環小数①

ポイント

● 小数の種類

1 有限小数 ： 小数点以下が，限りのある小数

（例）$\frac{1}{4} = 0.25$　　$\frac{8}{5} = 1.6$

2 無限小数 ： 小数点以下が，限りなく続く小数

（例）$\pi = 3.14159265\cdots$

● 循環小数 ： 小数点以下が無限に続いて，同じ組の数字がくり返す無限小数

（例）$\frac{1}{3} = 0.333\cdots$　　$\frac{7}{11} = 0.636363\cdots$

● 分数を循環小数で表す計算 → くり返す数字の組をみつけて，最初と最後の数の上に●をつける

（例）$\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0.\underbrace{3}\,\underbrace{3}\,\underbrace{3}\cdots = 0.\dot{3}$　　$\frac{7}{11} = 7 \div 11 = 0.\underbrace{63}\,\underbrace{63}\,\underbrace{63}\cdots = 0.\dot{6}\dot{3}$

くり返す　　　　くり返す

問題

次の分数を循環小数で表しなさい。

(1) $\frac{8}{33}$

(2) $\frac{5}{12}$

解答

(1) $\frac{8}{33} = 8 \div 33 = 0.242424\cdots$ より

$\mathbf{0.\dot{2}\dot{4}}$ …(答)

(2) $\frac{5}{12} = 5 \div 12 = 0.416666\cdots$ より

$\mathbf{0.41\dot{6}}$ …(答)

MEMO

確認テスト 2

次の分数を循環小数で表しなさい。

(1) $\dfrac{8}{15}$

(2) $\dfrac{9}{11}$

例題 3 循環小数②

ポイント

● 循環小数を分数に直す計算 → 循環小数を x とおいて，くり返す数字の個数だけ 10 倍した式をつくる

（例）$0.\dot{1}2\dot{5}$ を分数で表す

連立方程式

$x = 0.\dot{1}2\dot{5} = 0.125125125\cdots$

└ くり返す数は 1, 2, 5 の 3 個あるので，両辺を $10 \times 10 \times 10 = 1000$ 倍した式をつくる

$1000x = 125.125125125\cdots$

問題

次の循環小数を分数で表しなさい。

(1) $0.\dot{3}\dot{9}$

(2) $0.\dot{1}6\dot{8}$

解答

(1)　$x = 0.\dot{3}\dot{9}$ とする。

$$\begin{array}{rrl} & 100x = & 39.3939\cdots \\ -) & x = & 0.3939\cdots \\ \hline & 99x = & 39 \end{array}$$

$$x = \frac{39}{99}$$

$$x = \mathbf{\frac{13}{33}}$$　**…(答)**

(2)　$x = 0.\dot{1}6\dot{8}$ とする。

$$\begin{array}{rrl} & 1000x = & 168.168168\cdots \\ -) & x = & 0.168168\cdots \\ \hline & 999x = & 168 \end{array}$$

$$x = \frac{168}{999}$$

$$x = \mathbf{\frac{56}{333}}$$　**…(答)**

MEMO

確認テスト 3

次の循環小数を分数で表しなさい。

(1)　$0.\dot{1}\dot{5}$

(2)　$0.\dot{2}7\dot{3}$